

研 究 主 論 文 抄 録

論文題目 3 階直交テンソル積展開の性質とその計算法の改良に関する研究

(A Study on the Evaluation and Improvement of Calculation method of  
Third-Order Orthogonal Tensor Product Expansion)

熊本大学大学院自然科学研究科 理学専攻 数理科学講座  
( 主任指導 濱名 裕治 教授 )

論文提出者 大隈 千春  
( Chiharu OKUMA )

主論文要旨

多次元データを低次元のデータで近似することは信号処理や、画像処理、音声認識やパターン認識といった多くの分野で利用され、画像データの圧縮、信号処理でのデジタルフィルタ設計などに応用されている。

多次元データを低次元分解するための手法として、2次元データの場合には行列の固有値分解(Eigen-Value Decomposition – EVD)や特異値分解(Singular Value Decomposition – SVD)を利用する手法がよく知られている。3次元以上のデータに対しては、SVDを多次元に拡張して定義した多次元外積展開が提案されている。その数値計算には非線形最適化法が用いられるが、非線形最適化法は行列のサイズが大きくなると多大な計算時間が必要である。そのため、べき乗法を利用した3階テンソル積展開(3<sup>rd</sup>-Order Tensor Product Expansion – 3-TPE)や、さらに展開項間の直交性を満たすようにそれを修正した3階直交テンソル積展開(3<sup>rd</sup>-Order Orthogonal Tensor Product Expansion – 3-OTPE)が考案されている。

3階テンソル積展開は、信号処理の分野では3次元デジタルフィルタの設計問題、画像処理の分野では動画データ圧縮やカラー画像からの文字データ抽出など幅広い応用が可能であるが、より良い計算精度や処理時間が要求されている。そこで本研究では、3階テンソル積展開によって得られる展開項の性質を調べることと、それを利用してアルゴリズムの計算精度と計算時間の改良を行うことを目的とした。

まず、村上によって提案されている3-TPEと3-OTPEの計算アルゴリズムを検証して、計算精度と計算時間の改良を図ることにした。またべき乗法による計算の過程において、反復ベクトルに条件を付加して修正できることを利用して、展開項を構成する展開ベクトルの成分を非負とする分解アルゴリズムを開発し、3次元デジタルフィルタの振幅応答特性の例について数値実験を試みた。

次に、近年パターン認識などの分野において注目されている Lathauwer らによって提案された高次特異値分解(Higher-Order Singular Value Decomposition – HOSVD)に着目し、HOSVD と 3-TPE について展開計算法やそれぞれの計算によって得られる展開項の違い、計算精度や計算時間について調べることにした。

HOSVD との比較により、これまでの 3-OTPE の計算アルゴリズムには多次元データの各次元のサイズが全て同じではない場合、展開項の打ち切り和が必ずしも元の多次元データとの残差を最小にしないことが分かった。そこでこの問題を解決する新たな計算アルゴリズムを考案し、計算精度の向上を図った。

本論文の第 1 章では、研究の背景と目的および概要、さらに論文の構成を述べる。

第 2 章では、3 階テンソル積展開の定義、およびべき乗法を用いた 3 階テンソル積展開と 3 階直交テンソル積展開の計算アルゴリズムについて説明した後、3 階直交テンソル積展開の最終項の計算方法の改良について述べる。次いで、3 階テンソル積展開によって得られる各展開項を構成する展開ベクトルの成分を非負とする非負分解のアルゴリズムを述べ、3 次元デジタルフィルタの振幅応答特性を例に取って行った数値実験の結果を示す。

第 3 章では、HOSVD についてその計算法を説明する。HOSVD には最良ランク( $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_N$ )近似、最良ランク 1 近似と呼ばれる分解があるが、3 階テンソル積展開の手法および計算結果と比較してその相違点を述べる。

第 4 章では、初めに 3-OTPE の計算アルゴリズムの問題点として、テンソルの各次元のサイズが全く同じではない場合には残項の計算が必要になってアルゴリズムが複雑になることと、残項の計算に Gram-Schmidt の直交化法を用いているため、初期値の選び方に依存して展開項には一意性がないことを指摘する。これらの問題を解決するために考案した改良法を提示し、従来の 3-OTPE と改良した 3-OTPE のアルゴリズムを用いて数値実験を通して改良法の有効性を示す。

第 5 章では、本研究の総括を行い、得られた結論をまとめるとともに、今後に残された課題について述べる。